TD Automatique échantillonnée

On considère un système numérique comportant un zéro = 0,1 et deux pôles imaginaires conjugués = 0,85 $e^{\pm j2\pi 0,13}$ avec un coefficient global = 1.
On lui associe un correcteur de fonction de transfert limitée à une simple constante $H_C(z) = 100$.

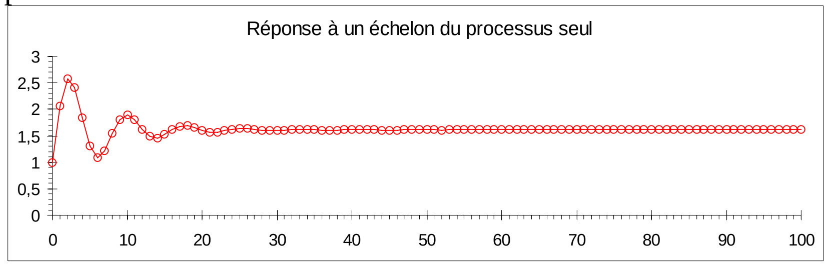
Si l'on considère que

$$H(z) = \frac{z(z-0{,}1)}{z^2 - 2\cdot 0{,}85\cos(2\pi 0{,}13)z + 0{,}85^2} = \frac{z^2 - 0{,}1z}{z^2 - 1{,}164z + 0{,}723}$$

alors on peut écrire $H(z)\dfrac{1-0{,}1z^{-1}}{1-1{,}164z^{-1}+0{,}723z^{-2}}$ ce qui conduit à :

$a_{x0} = 1$ $a_{x1} = -0{,}1$ $a_{y1} = 1{,}164$ $a_{y2} = -0{,}723$.

Sa réponse à un échelon unité est la suivante :

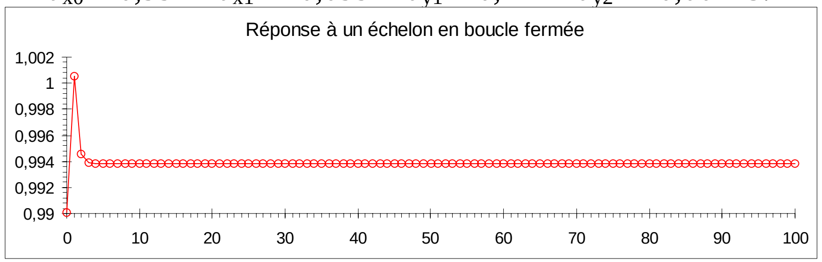


Si $H_C(z) = 100$, la fonction de transfert en boucle fermée est :

$$H_{BF}(z) = \frac{100 - 10z^{-1}}{100 - 10z^{-1} + 1 - 1{,}164z^{-1} + 0{,}723z^{-2}} = \frac{100}{101}\,\frac{1-0{,}1z^{-1}}{1 - \frac{11{,}164}{101}z^{-1} + \frac{0{,}723}{101}z^{-2}}$$

$$H_{BF}(z) = 0{,}99\frac{1-0{,}1z^{-1}}{1-0{,}11z^{-1}+0{,}0072z^{-2}}$$ (pôles = 0,0846 $e^{\pm j2\pi 0,137}$)

soit : $a_{x0} = 0{,}99$ $a_{x1} = -0{,}099$ $a_{y1} = 0{,}11$ $a_{y2} = -0{,}00715$.

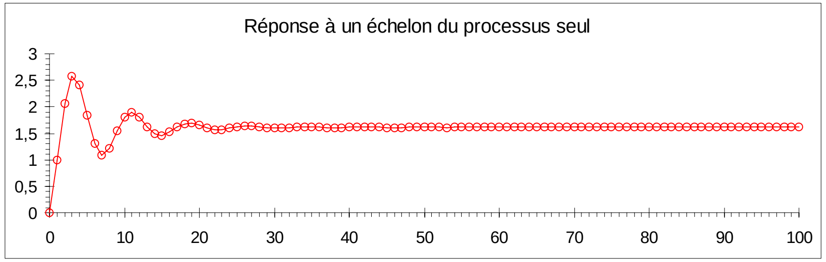


Mais si on prend

$$H(z) = \frac{z-0{,}1}{z^2 - 2\cdot 0{,}85\cos(2\pi 0{,}13)z + 0{,}85^2} = \frac{z-0{,}1}{z^2 - 1{,}164z + 0{,}723}$$

$$H(z)\frac{z^{-1}-0{,}1z^{-2}}{1-1{,}164z^{-1}+0{,}723z^{-2}}$$ ce qui conduit à

$a_{x0} = 0$ $a_{x1} = 1$ $a_{x2} = -0{,}1$ $a_{y1} = 1{,}164$ $a_{y2} = -0{,}723$. Sa réponse à un échelon unité est la suivante :



.

$$H_{BF}(z) = \frac{100z^{-1} - 10z^{-2}}{100z^{-1} - 10z^{-2} + 1 - 1{,}164z^{-1} + 0{,}723z^{-2}} = 100\frac{1-0{,}1z^{-1}}{1+98{,}836z^{-1} - 9{,}277z^{-2}}$$

Les pôles sont égaux à 0,094 et -98,9. Le système est instable.

Il faut un correcteur plus élaboré.

<u>Conclusion</u> : Le simple retard d'un coup d'horloge complique considérablement le problème.

Considérons toujours $H(z)=\dfrac{z-0{,}1}{z^2-1{,}164z+0{,}723}$ et imaginons un correcteur de fonction de transfert $H_C(z)=\dfrac{z^2-1{,}164z+0{,}723}{z-0{,}1}\dfrac{1}{z-1}$. Il est clair que $H_{BO}(z)=\dfrac{1}{z-1}$ et donc que $H_{BF}(z)=\dfrac{1}{z}$. Quelle que soit l'entrée, elle est reproduite exactement à un coup d'horloge près.

$$H_C(z)=\frac{1-1{,}164z^{-1}+0{,}723z^{-2}}{1-1{,}1z^{-1}+0{,}1z^{-2}}$$

ax0 = 1 ax1 = -1,164 ax2 = 0,723 ay1 = 1,1 ay2 = -0,1.