TD Automatique échantillonnée corrigé

1. On considère un système numérique comportant un zéro = 0,1 et deux pôles imaginaires conjugués = 0,85 $e^{\pm j2\pi 0,13}$ avec un coefficient global = 1.
On lui associe un correcteur de fonction de transfert limitée à une simple constante $H_C(z)$ = 100.

- 1.1 Etude en BO de H(z) **sans correcteur**
- 1.2 Etude en BO de H(z) avec correcteur
- 2.1. Si on prend H(z) avec un retard pur
- 2.2 Etude en BO de H(z) avec correcteur et retard pur

3. Considérons toujours $H(z) = \dfrac{z-0{,}1}{z^2 - 1{,}164z + 0{,}723}$ et imaginons un correcteur de fonction de transfert $H_C(z) = \dfrac{z^2 - 1{,}164z + 0{,}723}{z-0{,}1}\dfrac{1}{z-1}$.

- 3.1. Que pensez-vous de degré du numérateur et du dominateur
- 3.2. Etude en BO
- 3.3. Etude en BF

CORRECTION

1.1 Etude en BO de H(z) sans correcteur

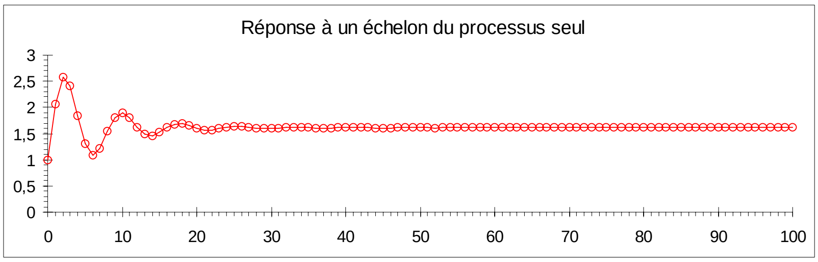
Si l'on considère que

$$H(z) = \frac{z(z-0{,}1)}{z^2 - 2\cdot 0{,}85\cos(2\pi 0{,}13)z + 0{,}85^2} = \frac{z^2 - 0{,}1z}{z^2 - 1{,}164z + 0{,}723}$$

alors on peut écrire $H(z)\dfrac{1-0{,}1z^{-1}}{1-1{,}164z^{-1}+0{,}723z^{-2}}$ ce qui conduit à :

$a_{x0} = 1$ $a_{x1} = -0{,}1$ $a_{y1} = 1{,}164$ $a_{y2} = -0{,}723$.

Sa réponse à un échelon unité est la suivante :



L'erreur statique pour un échelon unitaire est importante (environ 60%)

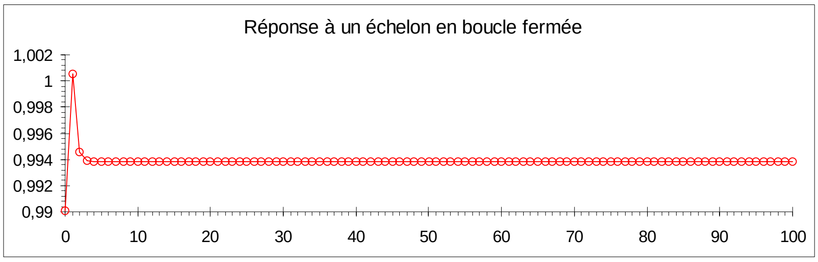
1.2 Etude en BO de H(z) avec correcteur

Si $H_C(z)$ = 100, la fonction de transfert en boucle fermée est :

$$H_{BF}(z) = \frac{100-10z^{-1}}{100-10z^{-1}+1-1{,}164z^{-1}+0{,}723z^{-2}} = \frac{100}{101}\frac{1-0{,}1z^{-1}}{1-\frac{11{,}164}{101}z^{-1}+\frac{0{,}723}{101}z^{-2}}$$

$$H_{BF}(z) = 0{,}99\frac{1-0{,}1z^{-1}}{1-0{,}11z^{-1}+0{,}0072z^{-2}}$$ (pôles = 0,0846 $e^{\pm j2\pi 0{,}137}$)

soit : $a_{x0} = 0{,}99$ $a_{x1} = -0{,}099$ $a_{y1} = 0{,}11$ $a_{y2} = -0{,}00715$.



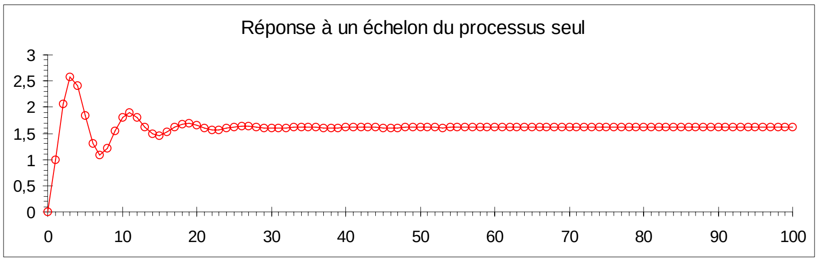
L'erreur statique pour un échelon unitaire est très petite (environ 0,5%)

2.1. Si on prend H(z) avec un retard pur

$$H(z) = \frac{z - 0{,}1}{z^2 - 2 \cdot 0{,}85\cos(2\pi 0{,}13)z + 0{,}85^2} = \frac{z - 0{,}1}{z^2 - 1{,}164z + 0{,}723}$$

$$H(z)\frac{z^{-1} - 0{,}1z^{-2}}{1 - 1{,}164z^{-1} + 0{,}723z^{-2}}$$ ce qui conduit à

$a_{x0} = 0$ $a_{x1} = 1$ $a_{x2} = -0{,}1$ $a_{y1} = 1{,}164$ $a_{y2} = -0{,}723$. Sa réponse à un échelon unité est la suivante :



La courbe est en retard d'un coup d'horloge et l'erreur statique pour un échelon unitaire est importante (environ 60%)

2.2 Etude en BO de H(z) avec correcteur et retard pur

$$H_{BF}(z) = \frac{100z^{-1} - 10z^{-2}}{100z^{-1} - 10z^{-2} + 1 - 1{,}164z^{-1} + 0{,}723z^{-2}} = 100\frac{1 - 0{,}1z^{-1}}{1 + 98{,}836z^{-1} - 9{,}277z^{-2}}$$

Les pôles sont égaux à 0,094 et -98,9. **Le système est instable.** Il faut un correcteur plus élaboré.
<u>Conclusion</u> : Le simple retard d'un coup d'horloge complique considérablement le problème.

3. Considérons toujours $H(z) = \dfrac{z - 0{,}1}{z^2 - 1{,}164z + 0{,}723}$ et imaginons un correcteur de fonction de transfert $H_C(z) = \dfrac{z^2 - 1{,}164z + 0{,}723}{z - 0{,}1}\dfrac{1}{z - 1}$.

3.1. Que pensez-vous de degré du numérateur et du dominateur

Le numérateur est de degré 2 = au dénominateur de degré 2, D'un point de vue physique il ne peut y avoir de prédiction temporelle possible !

3.2. Etude en BO

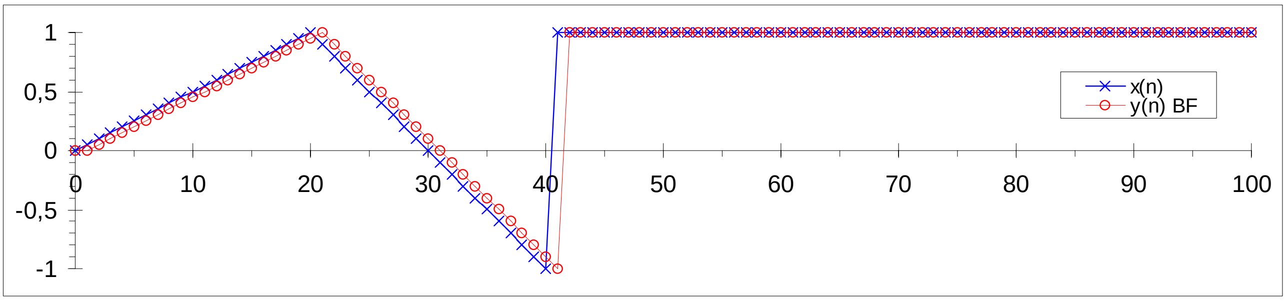
Il est clair que $H_{BO}(z) = \dfrac{1}{z - 1}$; Le pole Po=1 montre que le système est instable en BO.

3.3. Etude en BF

Il est clair que $H_{BF}(z) = \frac{1}{z} = \frac{z^{-1}}{1}$; ax0 = 0 et ax1 = 1 donc y(n)=x(n-1)
. Quelle que soit l'entrée, elle est reproduite exactement à un coup d'horloge près.

Voici les coefficients pour paramétrer le correcteur $H_C(z) = \frac{1 - 1{,}164z^{-1} + 0{,}723z^{-2}}{1 - 1{,}1z^{-1} + 0{,}1z^{-2}}$

ax0 = 1 ax1 = -1,164 ax2 = 0,723 ay1 = 1,1 ay2 = -0,1.



Ce type de correcteur n’est possible que lorsqu’on peut correctement identifié la fonction de transfert H(p) ; que cette fonction de transfert est invariante.