CORRECTION

EXERCICE 1

1. L'univers Ω est $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
2.
   A. "obtenir un numéro inférieur ou égal à 2" $\Omega = \{1; 2\}$
   B. "obtenir un numéro impair" $\Omega = \{1; 3; 5\}$
   C. "obtenir un numéro strictement supérieur à 4" $\Omega = \{5; 6\}$
3.

$A \cup B = \{1; 2; 3; 5\}$ "obtenir un numéro inférieur ou égal à 2 ou impair"
$A \cap B = \{1\}$ "obtenir un numéro inférieur ou égal à 2 et impair"
$A \cup C = \{1; 2; 5; 6\}$ "obtenir un numéro inf. ou égal à 2 ou sup. ou égal à 4"
$A \cap C = \emptyset$ "obtenir un numéro inférieur ou égal à 2 et sup. ou égal à 4"
$B \cup C = \{1; 3; 5; 6\}$ "obtenir un numéro impair ou sup. ou égal à 4"
$B \cap C = \{5\}$ "obtenir un numéro impair et supérieur ou égal à 4"
$\bar{A} = \{3; 4; 5; 6\}$ "obtenir un numéro strictement supérieur à 2"
$\bar{A} \cup C = \{3; 4; 5; 6\}$ "obtenir un numéro strictement sup. à 2 ou sup. ou égal à 4"
$\bar{A} \cap C = \{5; 6\}$ "obtenir un numéro strictement sup. à 2 et sup. ou égal à 4"

4. $A \cap B = \{1\}$ et $B \cap C = \{5\}$ sont incompatibles et ne sont pas contraires

EXERCICE 2

1. L'univers Ω est $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
2. Loi de probabilité sous forme d'un tableau :

	1	2	3	4	5	6
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

3.
   A. "obtenir un numéro inférieur ou égal à 2" $P = \frac{1}{3}$
   B. "obtenir un numéro impair" $\mathrm{P} = \frac{1}{2}$
   C. "obtenir un numéro strictement supérieur à 4" $\mathrm{P} = \frac{1}{3}$
4.

$$P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$
$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$
$$P(A \cup C) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$
$$P(A \cap C) = 0$$
$$P(B \cup C) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$
$$P(B \cap C) = \frac{1}{6}$$
$$P(\bar{A}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$
$$P(\bar{A} \cup C) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$
$$P(\bar{A} \cap C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

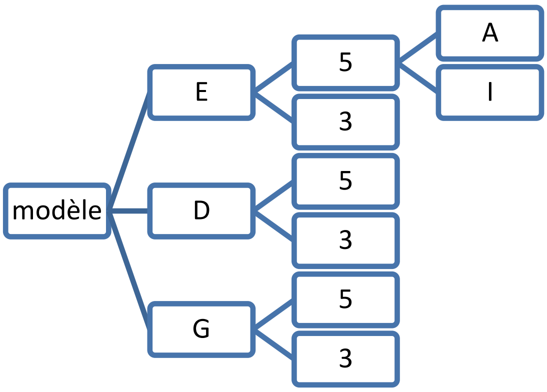
EXERCICE 3

Si A et B sont 2 évènements incompatibles, alors : $A \cap B = \emptyset$
Donc :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = p(A) + p(B)$$

EXERCICE 4

1. Arbre de choix



2. Nbre de versions égale le cardinal de cet univers : $card(\Omega) = 12$
3.
   a. Modèle 5 portes, essence, finition access $p(A) = \frac{1}{12}$
   b. Modèle GPL, finition initiale $p(B) = \frac{1}{6}$
   c. Modèle 3 portes $p(C) = \frac{1}{2}$

EXERCICE 5

1. Probabilité de chacune des éventualités $p(A) = \frac{1}{card} = \frac{1}{32}$
2. Probabilité des évènements suivants :
   a. "la carte tirée est le roi de cœur" $p(B) = \frac{1}{32}$
   b. "la carte tirée est rouge" $p(C) = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$
   c. "la carte tirée est un as" $p(D) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$
   d. "la carte tirée est un as ou rouge" $p(E) = \frac{18}{32} = \frac{9}{16}$

EXERCICE 6

1. L'univers Ω est $\Omega = \{boule\ 1; boule\ 2; \dots; boule\ 20\}$ $p(A) = \frac{1}{card} = \frac{1}{20}$
2. 8 boules jaunes, 6 boules rouges, 4 boules vertes et 2 boules bleues.
   a. "la boule tirée est jaune" $p(B) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$
   b. "la boule tirée est rouge ou verte" $p(C) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$
   c. "la boule tirée est n'est pas noire" $p(D) = 1$

EXERCICE 7

On lance 2 dés cubiques, l'un est rouge l'autre blanc.

1. Tableau à 2 entrées :

R/B	1	2	3	4	5	6
1	11	12	13	14	15	16
2	21	22	23	24	25	26
3	31	32	33	34	35	36
4	41	42	43	44	45	46
5	51	52	53	54	55	56
6	61	62	63	64	65	66

2. Calculer la probabilité dans les cas suivants :
   A. "obtenir exactement une face numéro 1" $p(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$
   B. "obtenir au moins une face numéro 1" $p(B) = \frac{11}{36}$
   C. "obtenir au plus une face numéro 1" $p(C) = \frac{1}{36}$
   D. "le plus petit des deux numéros est 4" $p(D) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$
   E. "la somme des deux numéros est égale à 7" $p(E) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
   F. " la somme des deux numéros est strictement supérieure à 10" $p(F) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

EXERCICE 8

1. L'ensemble des éventualités est $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ et
   $X(1) = -10, X(2) = X(3) = X(4) = X(5) = 0\ et\ X(6) = 10$

2. Loi de probabilité :

x	-10	0	10
P(X=x)	1/6	2/3	1/6

3. $p(1) = p(2) = p(3) = p(4) = p(5) = 0{,}12$

Donc : $p(6) = 1 - 5 * 0{,}12 = 0{,}4$

x	-10	0	10
P(X=x)	0,12	0,48	0,4

EXERCICE 9

Une urne avec 12 boules, dont 6 sont vertes, 5 sont rouges et une est banche.

Gain	-3	1	10
Probabilité	1/2	5/12	1/12

L'espérance mathématique de G :

$$E(X) = (-3)\frac{1}{2} + 1\frac{5}{12} + 10\frac{1}{12} = -\frac{1}{4} = -0{,}25$$

Interprétation :

Cela signifie qu'en jouant un grand nombre de fois, on perdra 25cts en moyenne par partie.

EXERCICE 10

Avec 2 dés à 6 faces équilibrés :

S est la somme de 2 numéros. La loi de probabilité de S est :

S	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P(S)	1/36	1/18	1/12	1/9	5/36	1/6	5/36	1/9	1/12	1/18	1/36

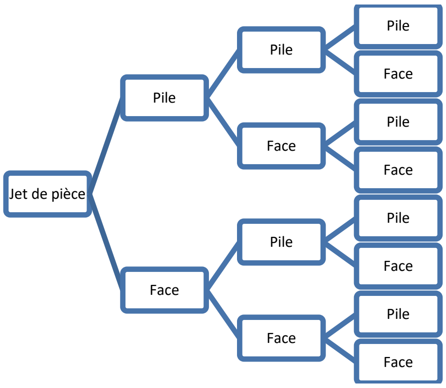
Avec la calculatrice :

$E(S) = 7$ $V(S) = 5{,}71$ $\sigma(S) = 5{,}81$

EXERCICE 11

On lance 3 fois une pièce bien équilibrée.

1. Arbre de choix



2. Probabilité que le 2ème jet soit "face" $p(A) = \frac{1}{2}$
3.

X	30	40	50	60
P(X)	1/8	3/8	3/8	1/8

$$E(X) = 45$$

EXERCICE 12

On jette 3 fois de suite, une pièce de monnaie.

1. 3 fois "pile" ou 3 fois "face" font 100€ sinon, -10€ :
   $E(X) = 17{,}5$ $V(X) = 2268$ $\sigma(X) = 47{,}63$

2. On ajoute 5€ :
   $E(X) = 22{,}5$ $V(X) = 2268$ $\sigma(X) = 47{,}63$

L'espérance est augmentée de l'ajout des 5€, mais pas l'écart type.

3. On observe des variations linéaires donc :

$$E_{200€}(X) = 2.E_{100€}(X) = 35$$
$$V_{200€}(X) = 2^2.V_{100€}(X) = 9074$$
$$\sigma_{200€}(X) = 2.\sigma_{100€}(X) = 95{,}26$$

EXERCICE 13

Faire un arbre de choix avec les nombres ou %

T : évènement "la famille pratique le tri sélectif" et $\bar{T}$: son contraire

B : évènement "la famille consomme des produits bio" et $\bar{B}$: son contraire

1. $p(T) = \frac{8400}{12000} = \frac{7}{10}$ $p(\bar{T} \cap B) = \frac{360}{12000} = \frac{3}{100}$ $p(T \cap B) = \frac{4}{10}P(T) = \frac{7}{25}$
2. $P(B) = p(\bar{T} \cap B) + p(T \cap B) = \frac{3}{100} + \frac{7}{25} = \frac{31}{100} = 0{,}31$
3. 50€ pour la famille qui pratique le tri sélectif et 20€ pour les familles bio. S est la somme reçue.
   a. $S = \{0€; 20€; 50€; 70€\}$
   b.

S	0€	20€	50€	70€
P(S)	27/100	3/100	42/100	28/100

   c. $E(S) = 41{,}2$ $V(S) = 736$ $\sigma(S) = 27{,}14$

L'espérance mathématique représente la somme moyenne à verser par la ville à chaque famille.

d. Si la ville double le montant de chèques alors :

$E(S) = 82{,}4$ $V(S) = 2946$ $\sigma(S) = 54{,}28$

EXERCICE 14

Faire un arbre de choix avec les nombres ou %

$$S = \{12€; 13€; 14€; 15€\}$$

S	12€	13€	14€	15€
P(S)	21/150	18/150	84/150	27/150

$E(S) = 13{,}8$ Il s'agit de la somme moyenne payée par personne.